

下學算書三種

下學算書目

錢塘項名達梅侶著

句股六術

句股六術圖解

平三角和較術

句股形

三角形

弧三角和較術

正弧三角

斜弧三角

下學算勾股六術序

余在都獲與頂君梅侶交輒以數學相過從梅侶耽精思當窮極要眇時雖寒暑饑渴不暇顧苟有得則欣然意適若無可喻於人嘗語余曰守中西成法搬衍較量疇人子弟優爲之所貴學數者謂能推見本原融會以通其變竟古人未竟之緒而發古人未發之藏耳余是其言顧以碌碌走塵俗未遑卒業迨余筮仕浙梅侶亦主講苕南見所著勾股六術擊節稱善曰是足爲數學導矣勾股乃學數初步恆苦和較諸術之紛糅未入門先作門前之繞往往阻於難而

莫敢入得是術導之簡而明條焉而不紊一展卷瞭然矣且以見數有和較故變生變故參伍錯綜不可爲典要其爲物也雜而其爲途也繁設非洞徹乎其原焉能齊雜以整御繁以約極其變而仍適得其常哉梅侶嘗立有弧三角總較術求橢圓弧線術術雖定未有詮釋余促成之而義奧趣幽非旦夕可竟事是六術也獨先成雖未足見梅侶之深而所謂變通成法爲古人竟其緒而發其藏者於是可見一斑云道光壬辰秋七月下浣三日順德黎應南序

勾股六術

錢塘項名達梅侶橐

勾股相求。舊術詳且備矣。惟和較諸題。術稍繁雜。初學恆未了然。乙酉夏。偶與邵君魚竹。陳君辛伯。縱論及此。爰取舊術稍爲變通。分術爲六。使題之相同者。通爲一術。苟得其意。釐然悉有以御之。繁雜可無復慮。亦足爲入門之一助云。

第一術

第一題

有勾有股求弦

法以勾股各自乘。相併爲實。平方開之。得弦。

第二題

有勾有弦求股

法以勾弦各自乘。相減爲實。平方開之。得股。

第三題

有股有弦求勾

法以股弦各自乘。相減爲實。平方開之。得勾。

第二術

第一題

有弦有勾股較求勾股

法以弦自乘倍之。與勾股較自乘相減爲實。平方開

之得勾股和。和較相加。折半爲股。相減折半爲勾。

第二題

有弦有勾股和求勾股

法以弦自乘倍之。與勾股和自乘相減爲實。平方開之。得勾股較。和較相加折半爲股。相減折半爲勾。

第三術

第一題

有勾有股弦較求股弦

法以勾自乘爲實。股弦較爲法除之。得股弦和。和較相加折半爲弦。相減折半爲股。

第二題

有勾有股弦和求股弦

法以勾自乘爲實。股弦和爲法除之。得股弦較。和較相加折半爲弦。相減折半爲股。

第三題

有股有勾弦較求勾弦

法以股自乘爲實。勾弦較爲法除之。得勾弦和。和較相加折半爲弦。相減折半爲勾。

第四題

有股有勾弦和求勾弦

法以股自乘爲實。勾弦和爲法除之。得勾弦較。和較相加折半爲弦。相減折半爲勾。

第四術

第一題

有勾弦較。有股弦較。求勾股弦。

法以勾弦較股弦較相乘。倍之爲實。平方開之。得弦和較。迺置弦和較。與股弦較相加爲勾。與勾弦較相加爲股。併勾弦較股弦較。與之相加爲弦。

第二題

有勾弦和有股弦和求勾。

法以勾弦和股弦和相乘。倍之爲實。平方開之。得弦和。迺置弦和與股弦和相減爲勾。與勾弦和相減爲股。併勾弦和股弦和與之相減爲弦。

此以上諸法悉從舊術。以下兩題術爲新定。

第三題

有勾弦和有股弦較求勾股弦

法以勾弦和股弦較相乘。倍之爲實。平方開之。得弦較。迺置弦較與股弦較相減爲勾。與勾弦和相減爲股。併勾弦和股弦較與之相減爲弦。

是題舊術以勾弦和股弦較相減得勾股和。自乘之。與勾弦和自乘相減。又以股弦較自乘相加開。

方得弦較較。取徑迂迴。且與前二題法不一例。今變通其術。使歸於同。其實勾弦和股弦較相乘之倍。卽弦較較自乘方。無事假途於勾股和也。

第四題

有勾弦較有股弦和求勾股弦

法以勾弦較股弦和相乘。倍之爲實。平方開之。得弦較和。迺置弦較和與股弦和相減爲勾。與勾弦較相減爲股。併勾弦較股弦和與之相減爲弦。

是題舊術以勾弦較股弦和相減得勾股和。自乘之。與股弦和自乘相減。又以勾弦較自乘相加。開方得弦較和。

事有同一理。而於此顯於彼則奧者。非理有顯奧。理之所寓有顯奧也。是術前二題舊術論之詳矣。

而未究後二題之本同一理。蓋以同名相乘直捷而易明。異名相乘雜糅而難見。謬爲釋出。亦欲使立術歸於一。且見名不同理無不同。第理者卽顯以求奧可耳。

第五術

第一題

有勾股較有弦和較求勾股弦

法以弦和較自乘爲長方積之倍。以勾股較爲長闊較。用帶縱較數開方算之。二因倍積與長闊較自乘相加。開平方得長闊和。和較相減折半爲股弦較。相加折半爲勾弦較。如第四術第一題遞加之得勾股弦。

第二題

有勾股較有弦和和求勾股弦

法以弦和和自乘爲長方積之倍。以勾股較爲長闊較。用帶縱較數開方算之。二因倍積與長闊較自乘相加。開平方得長闊和。和較相減折半爲勾弦和。相加折半爲股弦和。如第四術第二題遞減之。得勾股弦。

以上兩題俱從舊術下兩題及第六術皆新立。

第三題

有勾股和有弦較較求勾股弦

法以弦較較自乘。爲長方積之倍。以勾股和爲長闊較。用帶縱較數開方算之。二因倍積。與長闊較自乘相加。開平方得長闊和。和較相減折半爲股弦較。相加折半爲勾弦和。如第四術第三題遞減之。得勾股弦。

是題舊術以勾股和自乘得數。又以勾股和弦較較相加。自乘得數。兩數相減折半爲長方積。倍弦較較。加勾股和爲長闊和。用帶縱和數開方算之。得闊爲勾。

第四題

有勾股和有弦較和求勾股弦法以弦較和自乘。爲長方積之倍。以勾股和爲長闊

較。用帶縱較數開方算之。二因倍積。與長闊較自乘
相加。開平方得長闊和。和較相減折半爲勾弦較。相
加折半爲股弦和。如第四術第四題遞減之。得勾股
弦。

是題舊術以勾股和自乘得數。又以弦較和自乘
得數。兩數相加爲長方積。倍弦較和爲長闊較。用
帶縱較數開方。
算之得闊爲弦。
是術與第四術本根於一理。因勾弦股弦之和較
互相乘得各長方。各倍之。適與和較相疊之四件
自乘方等。第四術知長方兩邊因求得平方邊。是
術知平方邊及長方兩邊較。因求得長方兩邊。蓋
一理之所通。極錯綜亦極齊整。題雖雜出而所以
御之者則甚約也。舊術雜求他件。固亦足以參校
究不如約歸一理。使
初學易尋頭緒耳。

第六術

第一題

有股弦較有弦和和求勾股弦

法以股弦較弦和和相乘。爲長方積。以股弦較爲長

闊較。用帶縱較數開方算之。四因積。與長闊較自乘

相加。開平方得長闊和。和較相加折半爲弦較較。相

減折半爲勾。弦較較弦和和相減折半爲股。股加股

弦較爲弦。捷法四因弦和和與股弦較相

是題舊術以弦和和股弦較相減自乘得數相加。

自乘得數兩數相減餘四歸之爲長方積。以股弦

較爲長闊較。用較數開方算之得闊爲勾。今考其

長方積原卽股弦較弦和和相乘之數。蓋兩數相

乘方原得和方較
方相減四之一也。

第二題

有勾弦較有弦和和求勾股弦

法以勾弦較弦和和相乘爲長方積。以勾弦較爲長
闊較。用帶縱較數開方算之。四因積與長闊較自乘
相加。開平方得長闊和。和較相加折半爲勾弦較和。相
減折半爲股弦較和。和相減折半爲勾。勾加勾
弦較爲弦。捷法四因弦和和與勾弦較相
加。轉乘勾弦較。開方得長闊和。
是題舊術以弦和和勾弦較相減自乘得數。相加
自乘得數。兩數相減。四歸之。爲長方積。以勾弦較
爲長闊較。用較數開方算之。得闊爲股。今考其長
方積亦卽勾弦較弦和和相乘之數。毋庸兩次自

乘相減
四歸也。

第三題

有股弦較有弦較和求勾股弦

法以股弦較弦較和相乘爲長方積。以股弦較爲長闊較。用帶縱較數開方算之。四因積與長闊較自乘相加。開平方得長闊和。和較相減折半爲弦和較。相加折半爲勾。弦和較弦較和相加折半爲股。股加股弦較爲弦。捷法四因弦較和與股弦較相

是題舊術以股弦較弦較和相減自乘倍之。內減弦較和自乘數餘爲長方積以股弦較弦較和相減倍之再減股弦較餘爲長闊和用和數開方算之得闊折半爲勾股較今考其長方其闊爲二勾

股較其長為二股內少一股弦較數帳轉相求僅得勾股較不如徑求勾之直捷也

第四題

有勾弦較有弦較較求勾股弦

法以勾弦較弦較較相乘為長方積以勾弦較為長闊較用帶縱較數開方算之四因積與長闊較自乘相加開平方得長闊和和較相減折半為弦和較相加折半為股弦和較弦較較與勾弦較相是題舊術以弦較較自乘得數又以勾弦較較較相加自乘得數兩數相減再以勾弦較自乘得數轉減前減餘數折半為長方積以勾弦較為長闊較用較數開方算之得長為股今考其長方積

本卽勾弦較弦較較相乘之數
毋庸累次自乘展轉相減也

第五題

有股弦和有弦較較求勾股弦

法以股弦和弦較較相乘爲長方積。以股弦和爲長闊較。用帶縱較數開方算之。四因積。與長闊較自乘相加。開平方得長闊和。和較相加折半爲弦和和。相減折半爲勾。弦和和弦較較相減折半爲股。股減股弦和爲弦。捷法四因弦較較與股弦和相。是題舊術以股弦和自乘得數。股弦和弦較較相。加自乘得數。兩數相加爲長方積。以三股弦和與。二弦較較相加爲長闊和。用和數開方算之。得闊。折半爲弦。今考其長方其闊爲二弦數其長爲一。

股二勾三弦數。取徑過迂。取數過大。由其不求勾而先求弦也。

第六題

有勾弦和有弦較和求勾股弦

法以勾弦和弦較和相乘為長方積。以勾弦和為長闊較。用帶縱較數開方算之。四因積與長闊較自乘相加。開平方得長闊和。和較相加折半為弦和。和相減折半為股。弦和和弦較和相減折半為勾。勾減勾弦和為弦。捷法四因弦較和與勾弦和相乘。勾弦和自乘得數。兩數相加為長方積。又以勾弦和弦較和相乘得數。兩數相加為長方積。以三勾弦和與二弦較和相加為長闊和。用和數開方算之。得闊折半為弦。今考其長方其闊為二弦數。其長

爲一勾二股三弦數取徑過迂取
數過大由其不求股而先求弦也

第七題

有股弦和有弦和較求勾股弦

法以股弦和弦和較相乘爲長方積以股弦和爲長
闊和用帶縱和數開方算之四因積與長闊和自乘
相減開平方得長闊較和較相加折半爲弦較和相
減折半爲勾弦較和弦和較相加折半爲股股減股
弦和爲弦捷法四因弦和較與股弦和相
是題舊術以股弦和自乘得數又以股弦和弦和
較相加轉與股弦和相乘得數兩數相減爲長方
積以股弦和爲長闊和川和數開方算之得闊爲
勾今考其長方積實卽股弦和弦和較相乘之數

毋庸自乘相
乘加減也。

第八題

有勾弦和有弦和較求勾股弦

法以勾弦和弦和較相乘爲長方積。以勾弦和爲長
闊。用帶縱和數開方算之。四因積與長闊和自乘
相減。開平方得長闊較。和較相減折半爲弦較較。相
加折半爲股。若四因積與長闊和自乘相減適盡。弦
較較弦和較相加折半爲勾。勾減勾弦和爲弦。是題
闊較後三因較。加兩弦和較得數小於長闊和。或與
之等。則有兩答。如本法求之得一式勾股弦。又易弦
較較爲股。股爲弦較較。另得一式勾股弦。若得數大
於長闊和。第可如本法求之。不能互易。無兩答也。

捷法四四弦和較與勾弦和相減轉乘勾弦和開方得長闊較。

是題舊術以勾弦和自乘得數又以勾弦和弦和較相加轉與勾弦和相乘得數兩數相減為長方積以勾弦和為長闊和用和數開方算之得長為股今考其長方積本即勾弦和弦和較相乘之數毋庸自乘相乘加減也。

是術八題意本一例意既同即立術不容或異今更定之較為條理井然一絲不紊而錯宗參伍亦莫不各盡其致矣。

勾股弦及其和較凡十三件任舉二件皆可命題總計之題凡七十有八今六術中題止二十五者以其餘五十三題加減之可易為術中題也今詳列餘題題其加減法附於六術之後庶和較諸題於是備云。

附題

有勾有勾股較求股弦

法以勾與勾股較相加爲股

有勾有勾股和求股弦

法以勾與勾股和相減爲股

有股有勾股較求勾弦

法以股與勾股較相減爲勾

有股有勾股和求勾弦

法以股與勾股和相減爲勾

有勾股較有勾股和求勾股弦

法以勾股較勾股和相減折半爲勾。相加折半爲股。
以上五題加減之。皆可得勾與股。迺以第一術第
一題求弦法算之。

有勾有勾弦較求股弦

法以勾與勾弦較相加爲弦。

有勾有勾弦和求股弦

法以勾與勾弦和相減爲弦。

有弦有勾弦較求勾股

法以弦與勾弦較相減爲勾。

有弦有勾弦和求勾股

法以弦與勾弦和相減爲勾。

有勾弦較有勾弦和求勾股弦。

法以勾弦較勾弦和相減折半爲勾。相加折半爲弦。
以上五題加減之皆可得勾與弦。迺以第一術第

二題求股法算之。

有股有股弦較求勾弦。

法以股與股弦較相加爲弦。

有股有股弦和求勾弦。

法以股與股弦和相減爲弦。

有弦有股弦較求勾股。

法以弦與股弦較相減爲股。

有弦有股弦和求勾股。

法以弦與股弦和相減爲股。

有股弦較有股弦和求勾股弦。

法以股弦較股弦和相減折半爲股。相加折半爲弦。

以上五題加減之。皆可得股與弦。迺以第一術第

三題求勾法算之。

有弦有弦較較求勾股。

法以弦與弦較較相減爲勾股較。

有弦有弦較和求勾股。

法以弦與弦較和。相減爲勾股較。
有勾股較有弦較較求勾股弦。
法以勾股較弦較較。相加爲弦。
有勾股較有弦較和求勾股弦。
法以勾股較弦較和。相減爲弦。
有弦較較有弦較和求勾股弦。
法以弦較較弦較和。相加折半爲弦。相減折半爲勾
股較。

以上五題。加減之。皆可得弦與勾股較。迺以第二
術第一題求勾股法算之。

有弦有弦和較求勾股

法以弦與弦和較相加爲勾股和。

有弦有弦和和求勾股

法以弦與弦和和相減爲勾股和。

有勾股和有弦和較求勾股弦

法以勾股和弦和較相減爲弦。

有勾股和有弦和和求勾股弦

法以勾股和弦和和相減爲弦。

有弦和較有弦和和求勾股弦

法以弦和較弦和和相減折半爲弦。相加折半爲勾

股利

以上五題加減之。皆可得弦與勾股利。迺以第二術第二題求勾股法算之。

有勾有弦和較求股弦

法以勾與弦和較相減爲股弦較。

有勾有弦較較求股弦

法以勾與弦較較相減爲股弦較。

有股弦較有弦和較求勾股弦

法以股弦較弦和較相加爲勾。

有股弦較有弦較較求勾股弦

法以股弦較弦較較相減爲勾。
有弦和較有弦較較求勾股弦。
法以弦和較弦較較相加折半爲勾。相減折半爲股。
弦較。

以上五題。加減之。皆可得勾與股弦較。迺以第三
術第一題求股弦法算之。

有勾有弦較和求股弦

法以勾與弦較和相加爲股弦和。

有勾有弦和和求股弦

法以勾與弦和相減爲股弦和。

有股弦和有弦較和求勾股弦
法以股弦和弦較和相減爲勾。
有股弦和有弦和和求勾股弦
法以股弦和弦和和相減爲勾。
有弦較和有弦和和求勾股弦
法以弦較和弦和和相減折半爲勾。相加折半爲股
弦和。

以上五題。加減之。皆可得勾與股弦和。迺以第三
術第二題求股弦法算之。

有股有弦和較求勾弦

法以股與弦和較。相減爲勾弦較。

有股有弦較和求勾弦。

法以股與弦較和。相減爲勾弦較。

有勾弦較有弦和較求勾股弦。

法以勾弦較弦和較。相加爲股。

有勾弦較有弦較和求勾股弦。

法以勾弦較弦較和。相減爲股。

有弦和較有弦較和求勾股弦。

法以弦和較弦較和。相加折半爲股。相減折半爲勾。

弦較。

以上五題加減之。皆可得股與勾弦較。迺以第三術第三題求勾弦法算之。

有股有弦較較求勾弦

法以股與弦較較相加爲勾弦和。

有股有弦和和求勾弦

法以股與弦和和相減爲勾弦和。

有勾弦和有弦較較求勾股弦

法以勾弦和弦較較相減爲股。

有勾弦和有弦和和求勾股弦

法以勾弦和弦和和相減爲股。

有弦較較有弦和和求勾股弦

法以弦較較弦和和相減折半爲股。相加折半爲勾弦和。

以上五題。加減之。皆可得股與勾弦和。迺以第三術第四題求勾弦法算之。

有勾股較有股弦較求勾股弦

法以勾股較股弦較相加爲勾弦較。

有勾股較有勾弦較求勾股弦

法以勾股較勾弦較相減爲股弦較。

以上二題加減之。皆可得勾弦較股弦較。迺以第

四術第一題求勾股弦法算之。

有勾股較有股弦和求勾股弦。

法以勾股較股弦和相減爲勾弦和。

有勾股較有勾弦和求勾股弦。

法以勾股較勾弦和相加爲股弦和。

以上二題加減之。皆可得勾弦和股弦和。迺以第

四術第二題求勾股弦法算之。

有勾股和有股弦較求勾股弦。

法以勾股和有股弦較相加爲勾弦和。

有勾股和有勾弦和求勾股弦。

法以勾股和勾弦和相減爲股弦較。

以上二題加減之皆可得勾弦和股弦較。迺以第

四術第三題求勾股弦法算之。

有勾股和有股弦和求勾股弦。

法以勾股和股弦和相減爲勾弦較。

有勾股和有勾弦較求勾股弦。

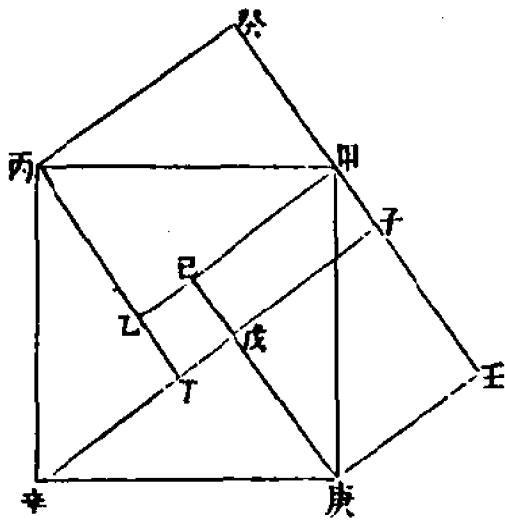
法以勾股和勾弦較相加爲股弦和。

以上二題加減之皆可得勾弦較股弦和。迺以第

四術第四題求勾股弦法算之。

勾股六術圖解

第一術



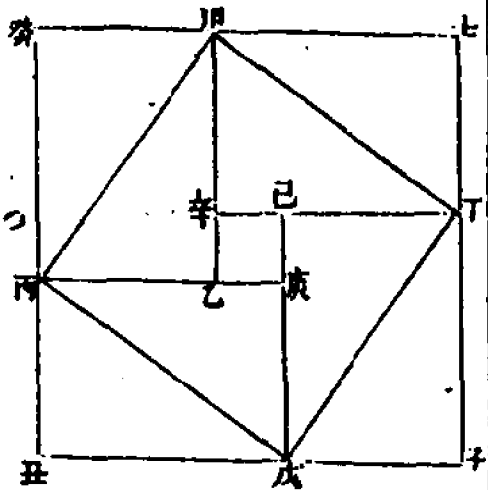
弦方內兼有一勾方。一股方。何也。如圖。甲乙丙勾股。庚己甲。辛戊庚。丙丁辛。皆與之等。乙丙為勾。甲乙為股。甲丙為弦。

皆等。甲乙為股。丙丁為勾。甲丙為弦。甲庚丙辛。必為弦。自乘方。迺移丙丁辛勾股。置於甲壬庚。移辛戊庚勾股。置於丙癸甲。又自戊至子作線截之。則易為癸子丙丁一股方。子壬

戊庚一勾方矣。蓋丙丁爲股。丙癸亦爲股。則癸子丙丁必爲股。自乘方。戊庚爲勾。壬庚亦爲勾。則子壬戊庚必爲勾。自乘方。故勾股求弦。以勾方股方相加爲弦方。勾弦求股。以勾方弦方相減爲股方。股弦求勾。以股方弦方相減爲勾方。皆平方開之。得勾股弦也。

第二術

弦方倍之。兼有一勾股較方。一勾股和方。何也。如圖。甲丁辛勾股形。甲丁丙戊爲弦方。甲丁爲弦。四邊皆等。故爲弦方。丙甲乙四勾股積。己庚辛容甲丁辛丁戊己戊丙庚丙甲乙。四勾股較方。丁辛股減丁己勾。係己辛爲勾股較方。辛乙乙庚庚己皆等。故爲勾股較方。

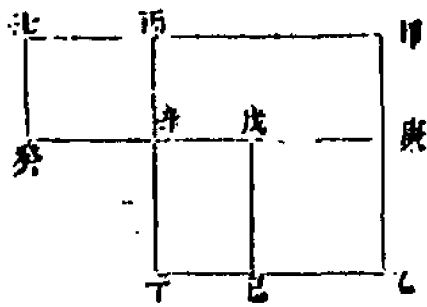


若倍之必內容八勾股積。二勾
 股較方矣。又壬子癸丑爲勾股
 和方。壬丁勾加丁子股得壬子
 皆等。故爲勾股和方。子丑丑癸癸壬
 勾股和方。內容甲壬丁等八勾
 股積。己庚辛乙一勾股較方。比
 之兩弦方。尙少一勾股較方。則兩弦方內。卽兼有一
 勾股較方。一勾股和方矣。故有弦有勾股較。以弦自
 乘倍之。爲兩弦方。內減勾股較自乘方。餘爲勾股和
 自乘方。平方開之。得勾股和。有弦有勾股和。亦以弦
 自乘倍之。爲兩弦方。內減勾股和自乘方。餘爲勾股

較自乘方。平方開之。得勾股較也。

第三術

凡股弦較股弦和相乘方。其積與勾自乘方等。勾弦較勾弦和相乘方。其積與股自乘方等。何也。蓋弦方內。原兼有一勾方。一股方。故減股方餘爲勾方。減勾



方餘爲股方。如圖設甲乙爲弦。甲丙庚乙爲股。乙於甲乙丙丁弦方內。減庚乙戊己股方。餘甲庚丙戊丁己磬折形。必與勾方等積。若以磬折形內戊己辛丁長方。移至丙辛壬癸位。則磬折形易

爲甲庚壬癸長方。其闊甲庚。卽股弦較。庚乙股。減甲乙弦。餘甲庚。
卽股其長邊甲壬。卽股弦和。丙壬卽丁辛。亦卽庚乙。
弦較其長邊甲壬。卽股弦和。皆爲股。加甲丙弦。得甲
壬卽股此長方亦必與勾方等積。故以勾自乘爲勾
弦和方。卽可爲甲壬庚癸長方。在有較求和者。則以甲庚
 股弦較。之。而得甲壬股弦和。在有和求較者。則以
 甲壬股弦和除之。而得甲庚股弦較也。設甲乙爲弦。
 庚乙爲勾。則磬折形所易之長方。必與股方等積。其
 闊邊甲庚。卽勾弦較。長邊甲壬。卽勾弦和。故以股自
 乘爲股方。卽可爲甲庚壬癸長方。較求和以甲庚勾
 弦較除之。而得甲壬勾弦和。和求較以甲壬勾弦和

除之。而得甲庚勾弦較。同一理也。

第四術第五術

是兩術本同一理。故可合論。又須先明加減。而後乘除等積之故。顯然易明。故首論加減。

弦和較。卽勾較較。股較較。何也。如前圖。甲乙爲勾。乙丙爲股。丁丙爲弦。則甲丙卽勾股和。乙丁卽股弦較。以甲丙勾股和。與丁丙弦相減。餘甲丁爲弦和較。而此甲丁者。又卽甲乙勾。乙丁股弦較相減數。是亦勾與股弦較之較也。故卽勾較較。如後圖。甲乙爲勾。乙丙爲股。甲丁

丙 丁 乙 甲丙 乙丁 甲

爲弦。則甲丙卽勾股和。乙丁卽勾弦較。以甲丙勾股和與甲丁弦相減。餘丁丙爲弦和較。而此丁丙者。又卽乙丙股。乙丁勾弦較相減數。是亦股與勾弦較之較也。故卽股較較。

弦和和卽勾和和股和和。何也。如前圖甲乙爲勾。乙丙爲股。丙丁爲弦。則甲丙卽勾股和。乙丁卽股弦和。以甲丙勾股和與丙丁弦相加。得甲丁爲弦和和。而此甲丁者。又卽甲乙勾。乙丁股弦和相加數。是亦勾與股弦和之和也。故卽勾和和。如後圖甲乙爲勾。乙丙爲股。丁甲爲弦。則

弦較較。

甲丙卽勾股和。丁乙卽勾弦和。以甲丙勾股和與丁甲弦相加。得丁丙爲弦和和。而此丁丙者。又卽乙丙股。丁乙勾弦和相加數。是亦股與勾弦和之和也。故卽股和和。

卽勾較和。股和較。何也。如前圖甲乙爲勾。甲丙爲股。丁丙爲弦。則乙丙卽勾股較。丁甲卽股弦較。以乙丙勾股較與丁丙弦相減。餘丁乙爲弦較較。而丁乙者。又卽甲乙勾。丁甲股弦較相加數。是亦勾與股弦較之和也。故卽勾較和。如後圖甲乙爲勾。甲丙爲股。乙丁爲

弦。則乙丙卽勾股較。甲丁卽勾弦和。以乙丙勾股較。與乙丁弦相減。餘丙丁爲弦較較。而丙丁者。又卽甲丙股。甲丁勾弦和相減數。是亦股與勾弦和之較也。故卽股和較。

弦較和。卽勾和較。股較和。何也。如前圖甲乙爲勾。甲丙爲股。丙丁爲弦。則乙丙卽勾股較。甲丁卽股弦和。以乙丙勾股較。與丙丁弦相加。得乙丁爲弦較和。而此乙丁者。又卽甲乙勾。甲丁股弦和相減數。是亦勾與股弦和之較也。故卽勾和較。如後圖甲乙爲勾。甲丙爲股。丁乙爲弦。則

丁 丙 乙 甲

丁 甲 丙 乙

乙丙卽勾股較。丁甲卽勾弦較。以乙丙勾股較與丁乙弦相加。得丁丙爲弦較和。而此丁丙者。又卽甲丙股。丁甲勾弦較相加數。是亦股與勾弦較之和也。故卽股較和。

甲 乙 丙 丁

勾股較卽勾弦較股弦較之較。何也。如圖甲乙爲勾。甲丙爲股。甲丁爲弦。則乙丙卽勾股較。乙丁卽勾弦較。丙丁卽股弦較。以乙丁勾弦較。丙丁股弦較相減。餘乙丙。卽勾股較。是則勾股較者。亦勾弦較股弦較之較也。

勾股較卽勾弦和股弦和之較何也。如圖甲乙爲勾。

甲丙爲股。丁甲爲弦。則乙丙卽勾股較。丁乙
卽勾弦和。丁丙卽股弦和。以丁乙勾弦和。丁
丙股弦和。相減餘乙丙。卽勾股較。是則勾股
較者。亦勾弦和股弦和之較也。

勾股和。卽勾弦和股弦較之較。何也。如圖甲乙爲勾。
乙丙爲股。乙丁爲弦。則甲丙卽勾股和。甲丁
卽勾弦和。丙丁卽股弦較。以甲丁勾弦和。丙
丁股弦較。相減餘甲丙。卽勾股和。是則勾股
和者。亦勾弦和股弦較之較也。

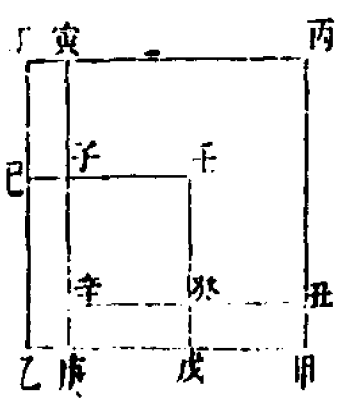
勾股和。卽勾弦較股弦和之較。何也。如圖甲乙爲勾。

丁 甲 乙 丙

乙丙爲股。乙丁爲弦。則甲丙卽勾股和。甲丁卽勾弦較。丙丁股弦和。相減餘甲丙。卽勾股和。是則勾股和者。亦勾弦較股弦和之較也。

和較生於加減。加減相疊。而和較之名。每可以互通。究之殊其名。不殊其實。以上數則。乃其要者。閱圖自明。

勾弦較股弦較相乘爲長方。其長闊較。卽勾股較。倍其積與弦和較自乘方等。何也。如圖甲乙爲弦。甲丙甲庚爲股。丑辛寅戊乙爲勾。等則庚乙必爲股弦。辛皆等



較。丑甲寅甲戌必為勾弦較。丁巳戊

乙勾。減庚乙股弦較。餘戊庚甲庚股。

減甲戌勾弦較。亦餘戊庚。則戊庚必

為弦和較。以弦和較。即勾較較股較。故也。說見加減法壬癸

壬子。壬戌己乙一勾方。丙丑寅辛一股方。相加。既與

丙甲乙丁一弦方等積。則丑甲癸戊及寅子丁巳勾

弦較股弦較相乘兩長方。亦必與壬癸子辛弦和較

自乘方等積矣。蓋勾方股方相加。較之弦方。疊一壬

兩長方。則所空者。故有勾弦較股弦較。則以兩較相

乘倍之。為丑甲癸戊寅子丁巳兩長方。亦即為壬癸

子辛一正方。平方法開之。得癸辛弦和較。庚。即戊。置戊

庚弦和較。加庚乙股弦較。得戊乙勾。加甲戊勾弦較。

得甲庚股。加庚乙股弦較。甲戊勾弦較。得甲乙弦。又

勾弦較股弦較相減。即勾股較。說見加減法。今丑甲癸戊

長方。其長闊兩邊。既為勾弦較股弦較。則其兩邊較。

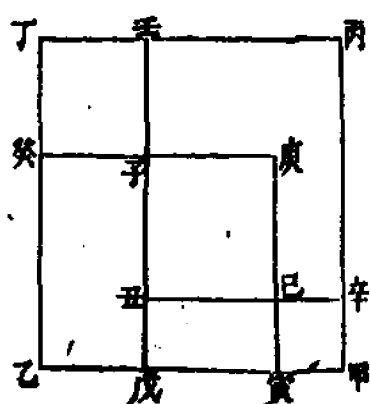
必為勾股較。故有勾股較。弦和較。則以弦和較自乘。

為壬癸子辛方。半之。即丑甲癸戊長方積。乃以勾股

較為長闊兩邊較。用帶縱開方算之。得闊邊為股弦

較。長邊為勾弦較。

勾弦和股弦和相乘為長方。其長闊較。即勾股較。倍



其積與弦和和自乘方等何也。如圖

寅戌為弦。庚己巳丑皆等。戊乙為股。壬子子癸皆等。

甲寅為勾。辛甲則寅乙必為股弦和。

丙辛甲戌必為勾弦和。乙皆等。甲寅

勾加寅乙股弦和得甲乙戊乙股加甲戌勾弦和亦

得甲乙。則甲乙必為弦和和。以弦和和即勾和和股和和也。說見加減法。丙

甲等。辛甲己寅一勾方。壬子丁癸一股方。相加既與庚

己子丑一弦方等積。則丙辛壬丑及庚寅癸乙勾弦

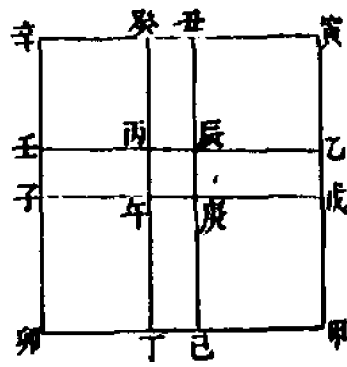
和股弦和相乘兩長方亦必與丙甲丁乙弦和和自

乘方等積矣。蓋此兩長方相加所疊者為庚己子丑弦方。所空者為辛甲己寅勾方。壬子丁

癸股方以所疊補其所空。故有勾弦和股弦和。則以
卽成丙甲丁乙弦和和方。兩和相乘倍之。爲丙辛壬丑庚寅癸乙兩長方。亦卽
爲丙甲丁乙一正方。平方法開之。得甲乙弦和和。置
甲乙弦和和。減寅乙股弦和。得甲寅勾。減甲戊勾弦
和。得戊乙股。併甲戊勾弦和。寅乙股弦和。與之相減。
卽寅戊弦。又勾弦和股弦和相減。卽勾股較。說見加減法。
今庚寅癸乙長方。其長闊兩邊。旣爲勾弦和股弦和。
則其兩邊較。必爲勾股較。故有勾股較弦和和。則以
弦和和自乘。爲丙甲丁乙方。半之。卽寅庚癸乙長方
積。乃以勾股較。爲長闊兩邊較。用帶縱開方算之。得

闊邊爲勾弦和。長邊爲股弦和。

勾弦和股弦較相乘爲長方。其長闊較卽勾股和。倍其積與弦較較自乘方等。何也。如圖甲丁爲弦。甲乙



甲已爲股。甲戊丁卯爲勾。丙壬

則已丁乙戊皆卽股弦較。乙壬丑

已皆卽勾弦和。丁卯勾。加已丁股

弦較得已卯。甲已股。減甲卯勾弦

和亦得已卯。則已卯必爲弦較較。以弦較較卽勾較和股和較也說見

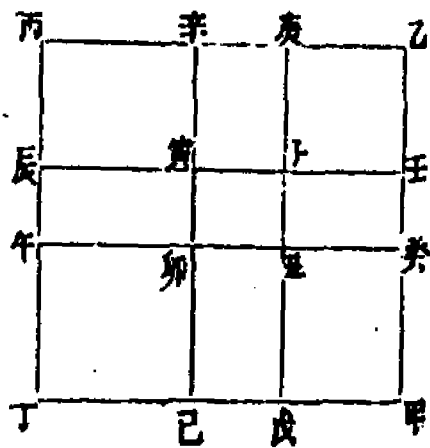
加減法丑庚乙甲丙丁弦方內減去戊甲庚已股方。庚子皆等

餘乙戊丙庚丁已磬折形必與癸丙辛壬勾方等積。

此勾方。若加一丑癸庚丙子壬磬折形。卽爲丑庚辛子弦較較自乘方。則乙戊丙庚丁己磬折形。若加一丑癸庚丙子壬磬折形。亦必爲丑庚辛子弦較較自乘方。而此兩磬折形相加。原不異於乙戊壬子癸丑己丁兩長方相加。然則己丁股弦較。丁癸勾弦和相乘。倍之爲兩長方。亦卽與丑庚辛子弦較較方等。積矣。故有勾弦和股弦較。則以一和一較相乘倍之爲乙戊壬子癸丑己丁兩長方。亦卽爲丑庚辛子一正方。平方法開之。得己卯弦較較。卽丑置己卯弦較較。減丁己股弦較。得丁卯勾。減甲卯勾弦和。得甲己股。

併已丁股弦較。甲卯勾弦和。與之相減。卽甲丁弦。又
勾弦和股弦較相減。卽勾股和。說見加減法今丑己癸丁
長方。其長闊兩邊。旣爲勾弦和股弦較。則其兩邊較。
必爲勾股和。故有勾股和弦較較。則以弦較較自乘。
爲丑庚辛子方。半之卽丑己癸丁長方積。乃以勾股
和爲長闊兩邊較。用帶縱開方算之。得闊邊爲股弦
較。長邊爲勾弦和。

勾弦較股弦和相乘爲長方。其長闊較卽勾股和。倍
其積與弦較和自乘方等。何也。如圖甲己爲弦。癸卯乙癸
皆已丁爲股。卯己甲戊爲勾。乙壬壬則壬癸戊己皆
等。



卽勾弦較。癸午庚戌皆卽股弦和。
 甲戌勾減甲丁股弦和得戊丁。已
 丁股加戊已勾弦較亦得戊丁。則
 戊丁必爲弦較和。以弦較和卽勾
和較股較和也。
說見加減
法。辰丁等。乙癸辛卯弦方內減去
 乙壬庚子勾方餘辛庚卯子癸壬磬折形必與卯已
 午丁股方等積。此股方若加一辰午子卯戊已磬折
 形卽爲子戊辰丁弦較和自乘方。則辛庚卯子癸壬
 磬折形若加一辰午子卯戊已磬折形亦必爲子戊
 辰丁弦較和自乘方。而此兩磬折形相加原不異於

壬癸辰午庚戌辛巳兩長方相加。然則壬癸勾弦較。癸午股弦和。相乘倍之爲兩長方。亦卽與子戌辰丁弦較和方等積矣。故有勾弦較股弦和。則以一較一和相乘倍之。爲壬癸辰午庚戌辛巳兩長方。亦卽爲子戌辰丁一正方形。平方法開之。得戊丁弦較和。置戊丁弦較和。減甲丁股弦和。得甲戌勾。減戊巳勾弦較。得巳丁股。併甲丁股弦和。戊巳勾弦較。與之相減。得甲巳弦。又勾弦較股弦和相減。卽勾股和。說見加減法。今壬癸辰午長方。其長闊兩邊。旣爲勾弦較股弦和。則其兩邊較。必爲勾股和。故有勾股和。弦較和。則以弦

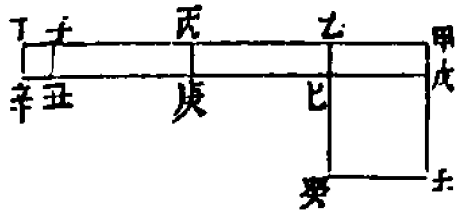
較和自乘。爲子戊辰丁方。半之卽壬癸辰午長方積。乃以勾股和。爲長闊兩邊較。用帶縱開方算之。得闊邊爲勾弦較。長邊爲股弦和。

以上圖解凡四。前二本舊術。後二發明新術之所以然。蓋勾弦較股弦較相乘倍之。卽弦和較自乘積。勾弦和股弦和相乘倍之。卽弦和和自乘積。其理顯。勾弦和股弦較相乘倍之。卽弦較較自乘積。勾弦較股弦和相乘倍之。卽弦較和自乘積。其理隱。故舊術第載前二法。而法猶未備。今特補之。并繪圖以著其理。亦可見理本同原。卽乘除開方之法。亦歸一例矣。

第四術用開平方法。第五術用帶縱開方法。法雖異而理則同。故並論之。

第六術

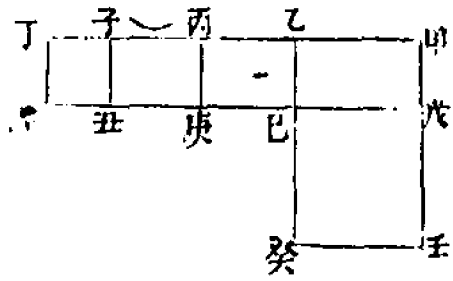
股弦較弦和和相乘。與勾乘弦較較等積。因以股弦較為長闊較。何也。如圖甲乙為勾。戊巳戊壬皆等乙丙為股。



丙子丙丁為弦。則子丁必為股弦較。丁辛等。甲戊乙丁必為股弦和。以甲乙勾。與乙丁股弦和相加。得甲丁為弦和。和以戊壬勾。與甲戊股弦較相加。得甲壬為弦較較。說見戊壬巳癸勾方。原與乙巳丁辛股弦較股

弦和相乘方等積。若各加一甲戊乙巳長方。則甲戊
丁辛股弦較弦和和相乘方。亦必與甲壬乙癸勾乘
弦較較方等積矣。故有股弦較弦和和。則以兩數相
乘。爲甲戊丁辛長方。亦可爲甲壬乙癸長方。其長邊
甲壬闊邊壬癸之較。壬癸卽戊壬卽甲戊股弦較。乃用帶
縱開方法算之。得闊邊壬癸爲勾。以甲乙勾減甲丁
弦和和。得乙丁股弦和。乃與股弦較相加減。各折半
爲弦與股也。

勾弦較弦和和相乘。與股乘弦較和等積。因以勾弦
較爲長闊較。何也。如圖甲乙爲股。戊巳戊壬皆等乙丙爲勾。

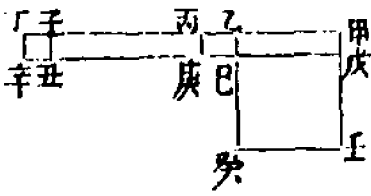


丙子丙丁為弦。則子丁必為勾弦較。丁
等甲戌乙丁必為勾弦和。以甲乙股與乙
皆等丁勾弦和相加。得甲丁為弦和。以戊
 壬股與甲戌勾弦較相加。得甲壬為弦
 較和。說見戊壬已癸股方。原與乙已丁

辛勾弦較勾弦和相乘方等積。若各加一甲戌乙已
 長方。則甲戌丁辛勾弦較弦和和相乘方。亦必與甲
 壬乙癸股乘弦較和方等積矣。故有勾弦較弦和和
 則以兩數相乘。為甲戌丁辛長方。亦可為甲壬乙癸
 長方。其長邊甲壬闊邊壬癸之較。即甲戌勾弦較。乃

用帶縱開方法算之。得闊邊壬癸為股。以甲乙股減
甲丁弦和。得乙丁勾。弦和與勾弦較相加減。各折
半為弦與勾也。

股弦較弦較和相乘。與勾乘弦和較等積。因以股弦
較為長闊較。何也。如圖甲乙為勾。甲壬壬申丙為股。



丙子 丙丁為弦。則子丁必為股弦較。甲壬壬申丙為股。
皆等 甲丁必為股弦和。以甲乙勾與甲丁股
弦和相減。餘乙丁為弦較和。以甲壬勾與
甲戌股弦較相減。餘戊壬為弦和較。說見
加減 甲壬乙癸勾方。原與甲戌丁辛股弦較股弦和相乘

方等積。若各減一甲戊乙己方。則乙己丁辛股弦較
弦較和相乘方。亦必與戊壬己癸勾乘弦和較方等
積矣。故有股弦較。弦較和。則以兩數相乘。爲乙己丁
辛長方。亦可爲戊壬己癸長方。其闊邊戊壬長邊壬
癸之較。卽甲戊股弦較。乃用帶縱開方法算之。得長
邊壬癸爲勾。以甲乙勾。加乙丁弦較和。得甲丁股弦
和。與股弦較相加減。各折半爲弦與股也。

勾弦較弦較相乘。與股乘弦和較等積。因以勾弦

較爲長闊較。何也。如圖甲乙爲股。

甲壬壬
癸皆等。

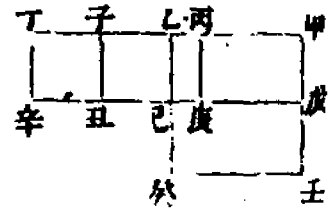
甲丙爲勾。

丙子

丙丁爲弦。則子丁必爲勾弦較。

子丑甲
戊皆等。

甲丁亦



必爲勾弦和。以甲乙股與甲丁勾弦和相減。餘乙丁爲弦較較。以甲壬股與甲戊勾弦較相減。餘戊壬爲弦和較。說見甲壬乙加減癸股方原與甲戊丁辛勾弦較勾弦和相乘方等積。若各減一甲戊乙巳長方。則乙巳丁辛勾弦較弦較相乘方。亦必與戊壬巳癸股乘弦和較方等積矣。故有勾弦較弦較較。則以兩數相乘。爲乙巳丁辛長方。亦可爲戊壬巳癸長方。其闊邊戊壬長邊壬癸之較。卽甲戊勾弦較。乃用帶縱開方法算之。得長邊壬癸爲股。以甲乙股加乙丁弦較較。得甲丁

勾弦和與勾弦較相加減。各折半為弦與勾也。

股弦和弦較相乘。與勾乘弦和和等積。因以股弦

和為長闊較。何也。如圖甲乙為勾。甲戌乙丙為股。丙子

等。丙丁為弦。則子丁必為股弦較。丑辛丑

等。乙丁必為股弦和。己辛以甲乙勾與乙

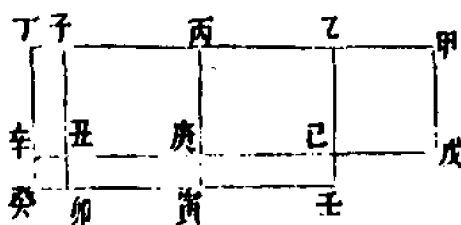
丁股弦和相加。得甲丁為弦和。以乙己

勾與己壬股弦較相加。得乙壬為弦較較。

說見甲戌乙己勾方。原與己壬辛癸股弦

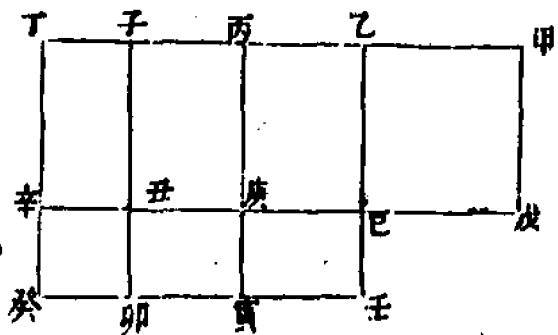
較股弦和相乘方等積。若各加一乙己丁辛長方。則

乙壬丁癸股弦和弦較相乘方。亦必與甲戌丁辛



勾乘弦和和相等積矣。故有股弦和。弦較較。則以兩數相乘爲乙壬丁癸長方。亦可爲甲戊丁辛長方。其長邊甲丁闊邊甲戊之較。卽乙丁股弦和。乃用帶縱開方法算之。得闊邊甲戊爲勾。以乙己勾減乙壬弦較較餘己壬爲股弦較。與股弦和相加減。各折半爲弦與股也。

勾弦和弦較和相乘。與股乘弦和和等積。因以勾弦和爲長闊較。何也。如圖甲乙爲股。甲戊乙丙爲勾。乙丙等丙丁爲弦。則子丁必爲勾弦較。丑辛丑卯己壬皆等。乙丁必爲勾弦和。己辛以甲乙股與乙丁勾弦和相加得甲



丁爲弦和。和以乙巳股。與巳壬勾弦較
 相加。得乙壬爲弦較和。說見甲戌乙巳
 股方。原與巳壬辛癸勾弦較勾弦和相
 乘方等積。若各加一乙巳丁辛長方。則
 乙壬丁癸勾弦和弦較和相乘方。亦必
 與甲戌丁辛股乘弦和和方等積矣。故
 有勾弦和。弦較和。則以兩數相乘。爲乙壬丁癸長方。
 亦可爲甲戌丁辛長方。其長邊甲丁闊邊甲戌之較。
 卽乙丁勾弦和。乃用帶縱開方法算之。得闊邊甲戌
 爲股。以乙巳股減乙壬弦較和。餘巳壬爲勾弦較。與

勾弦和相加減各折半為弦與勾也。

股弦和弦和較相乘與勾乘弦較和等積。因以股弦

和為長闊和何也。如圖甲乙為勾。甲戌甲丙為股。丙

等。丙丁為弦。則子丁必為股弦較。午癸午

等。皆甲丁必為股弦和。戊辛以甲乙勾與甲

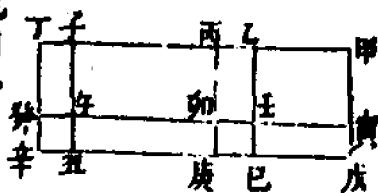
丁股弦和相減餘乙丁為弦較和以甲戊

勾與寅戊股弦較相減餘甲寅為弦和較。

說見甲戊乙巳勾方。原與寅戊癸辛股弦較股弦和。

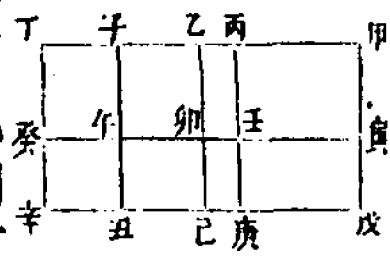
相乘方等積。若各減一寅戊壬巳方。又各加一乙壬

丁癸方。則甲寅丁癸股弦和弦和較相乘方亦必與



乙巳丁辛勾乘弦較和方等積矣。故有股弦和。弦和較。則以兩數相乘。爲甲寅丁癸方。亦可爲乙巳丁辛長方。其長邊乙丁闊邊乙巳。卽甲乙之和。卽甲丁股弦和。乃用帶縱開方法算之。得闊邊乙巳爲勾。以乙巳勾減乙壬弦和較。餘壬巳爲股弦較。與股弦和相加減。各折半爲弦與股也。

勾弦和弦和較相乘。與股乘弦較較等積。因以勾弦和爲長闊和。何也。如圖甲乙爲股。甲戌甲丙爲勾。丙子等。丙丁爲弦。則子丁必爲勾弦較。午癸午丑甲丁必爲勾弦和。寅戌皆等甲丁必爲勾弦和。寅癸以甲乙股與甲丁勾弦和相減。餘乙



丁為弦較較。以甲戌股。與寅戌勾弦較。

相減。餘甲寅為弦和較。說見甲戌乙巳

股方。原與寅戌癸辛勾弦較勾弦和相

乘方等積。若各減一寅戌卯巳方。又各

加一乙卯丁癸方。則甲寅丁癸勾弦和弦和較相乘

方。亦必與乙巳丁辛股乘弦較較方等積矣。故有勾

弦和。弦和較。則以兩數相乘。為甲寅丁癸長方。亦可

為乙巳丁辛長方。其長邊乙巳亦可為闊邊乙丁亦可

為長之和。即甲丁勾弦和。乃用帶縱開方算之。得長

邊乙巳為股。或得闊邊以甲乙股減甲寅弦和較。餘

寅戌爲勾弦較。與勾弦和相加減。各折半爲弦與勾也。

第八題何以一問可兩答也。以帶縱方之長闊兩邊。一爲股。一爲弦較較。股可大於弦較較。亦可小於弦較較。一大一小。故有兩答也。然亦有無兩答者。何也。股雖可小於弦較較。而勾弦較不能小於股弦較。股內減弦和較。餘爲勾弦較。弦較較內減弦和較。餘爲倍股弦較。若股與弦較較互易。勾弦較與倍股弦較亦必互易。半其勾弦較。而與倍股弦較等。或小於倍股弦較。則此勾弦較。可易爲倍股弦較。倍股弦較。可

易爲勾弦較。無勾弦較。小股弦較大之患。至半其勾弦較。仍大於倍股弦較。則不能互易。易之勾弦較必小於股弦較。故無兩答也。術中三因長闊較。加兩弦和較。與長闊和比其大小。以定兩答之有無。何也。是題長闊較。爲股與弦較較之較。亦卽一勾弦較倍股弦較之較。長闊和爲股與弦較較之和。亦卽兩弦和較一勾弦較倍股弦較之和。半其勾弦較與倍股弦較等者。倍股弦較若一。勾弦較必二。兩相較爲一。兩相和爲三。較得和三之一。三其較。必與一勾弦較倍股弦較之和等。加兩弦和較。必與長闊和等。半其勾

弦較。小於倍股弦較者。較必小於和三之一。三其較。必小於一勾弦較倍股弦較之和。加兩弦和較。必小於長闊和。半其勾弦較。大於倍股弦較者。較必大於和三之一。三其較。必大於一勾弦較倍股弦較之和。加兩弦和較。必大於長闊和。故三長闊較。兩弦和較。相加。與長闊和。比其大小。猶之以半勾弦較。與倍股弦較。比其大小。可以定兩答之有無也。

重論第四五六術

以上圖解。第一二三術及第四術之前二題。悉本舊解。餘爲更定術。亦各爲圖解。明其意。伏而審之。第四

五六術。其原皆出於第三術。可釋之以比例。第三術以勾弦較比股。若股與勾弦和。以股弦較比勾。若勾與股弦和。是爲三率連比例。凡有比例加減之。其和較亦可互相比例。今第四五六術諸題。皆可由第三術之題加減而得。即可因第三術之比例。而另生比例。因比例以成同積。而諸術開方之所以然。遂於是得。試詳論如左。

凡有連比率三率。仍其首率。而以首率中率相減爲中率。則其末率必爲原首率末率相加。轉減倍中率之數。仍其首率。而以首率中率相加爲中率。則其末

率。必爲原首率末率相加。更加倍中率之數。

原首率

三另首率仍爲三

連中率

九連中率三相減得六

例末率二十七

例末率

三加三得三十
億得十八

相減得十二

如圖。原式連比例。首率三。中率九。末率二十七。今仍其首率爲三。而以首率三與中率九相減。得六爲中率。中率六自乘首率三除之。得十二爲末率。此末率十二。卽原式首率三末率二十七相加得三十。轉減倍中率十八之數。而成另式連比例矣。此相減而得者也。

原首率

四另首率仍爲四

式連中率

六連中率

四六相加得十

比例末率

九例末率

四加九得十三

十三相加得二十五

如圖原式連比例。首率四。中率六。末率九。今仍其首率爲四。而以首率四與中率六相加。得十爲中率。中率十自乘。首率四除之。得二十五爲末率。此末率二十五。卽原式首率四末率九相加得十三。更加倍中率十二之數。而成另式連比例矣。此相加而得者也。今第三術中有兩種連比例。若更互如法求之。可得八種另式連比例。比例雖八種。而因比例以成同積。

者止四種。則第四五術中之四題。可以得其故矣。

首率 勾弦較

首率 仍為勾弦較

中率 股

中率

勾弦較 相減得弦和較

末率 勾弦和

末率

勾弦較加勾弦和為倍弦 股倍之為倍股

相減得倍股弦較

首率 股弦較

首率

仍為股弦較

中率 勾

中率

股弦較 相減得弦和較

末率 股弦和

末率

股弦較加股弦和為倍弦 勾倍之為倍勾

相減得倍勾弦較

此兩種另式連比例。中率皆為弦和較。首末率雖不同。然以首末相乘。要皆為勾弦較股弦較相乘倍之數。而與中率弦和較自乘等積也。

首率勾弦和

首率仍為勾弦和

中率股

中率_{勾弦和}相加為弦和和

末率勾弦較

末率_{勾弦和加勾弦較為倍股}相加為倍股弦和

首率股弦和

首率仍為股弦和

中率勾

中率_{股弦和}相加為弦和和

末率股弦較

末率_{股弦和加股弦較為倍弦}相加為倍勾弦和

此兩種另式連比例中率皆為弦和和首末率雖不同然以首末相乘要皆為勾弦和股弦和相乘倍之之數而與中率弦和和自乘等積也

首率勾弦和

中率股

中率

勾弦和股相減為弦較較

末率勾弦較

末率

勾弦和加勾弦較為倍弦股倍之為倍股相加為倍股弦較

首率股弦較

首率

仍為股弦較

中率勾

中率

股弦較勾相加為弦較較

末率股弦和

末率

股弦較加股弦和為倍弦勾倍之為倍勾相加為倍勾弦和

此兩種另式連比例中率皆為弦較較首末率雖不同。然以首末相乘。要皆為勾弦和股弦較相乘倍之之數。而與中率弦較較自乘等積也。

首率勾弦較

首率

仍為勾弦較

中率股

中率

勾弦較股相加得弦較和

末率勾弦和

末率

勾弦較加勾弦和為倍弦股倍之為倍股

相加得倍股弦和

首率股弦和

首率

仍為股弦和

中率勾

中率

股弦和相減得弦較和

末率股弦較

末率

股弦和加股弦較為倍弦勾倍之為倍勾

相減得倍勾弦較

此兩種另式連比例。中率皆為弦較和。首末率雖不同。然以首末相乘。要皆為勾弦較股弦和相乘倍之之數。而與中率弦較和自乘等積也。既因比例而知等積。即因等積而悟開方。第四術以首率末率求中率。故用開平方。第五術知中率。又知首率與半末率之較。求首末率。故用帶縱開方也。

凡有三率連比例。欲易爲四率相當比例。仍其首率
中率。爲一率二率。而以首率中率。和爲三率。則其四
率。必爲中率末率。和。以首率中率較。爲二率。則其四
率。必爲中率末率較。

原首率 九 另一率 仍爲九

如圖以原式首率

式 二率 仍爲十八

九爲一率中率一

連中率 十八

式 三率 仍爲二十七

八爲二率而以首

比 三率 九相加得五十四

例末率三十六 例四率 十八 相加得五十四 率九中率十八之

和二十七爲三率。二三率相乘。一率除之。得五十四

爲四率。此四率五十四。卽中率十八末率三十六之

和而成另式相當比例矣。是以和與和相比也。

原首率 八

一率仍爲八

如圖以原式首率

式

二率仍爲十二

八爲一率。中率十

連中率十二

三率

八相減得四

二爲二率。而以首

比

例末率十八

四率

十二相減得六

率八中率十二之

較四爲三率。二三率相乘。一率除之。得六爲四率。此

四率六。卽中率十二末率十八之較。而成另式相當

比例矣。是以較與較相比也。

今第三術中兩種連比例。若更互如法和較之。凡得

八種相當比例。而第六術八題。於是可推矣。

首率股弦較

一率仍為股弦較

中率勾

二率仍為勾

三率

股弦較勾

相加得弦較較

末率股弦和

四率

股弦和勾

相加得弦和和

此股弦較弦和和相乘所以與勾乘弦較較等積也。

首率

勾弦較

一率

仍為勾弦較

中率股

二率

仍為股

三率

勾弦較股

相加得弦較和

末率勾弦和

四率

股勾弦和

相加得弦和和

此勾弦較弦和和相乘所以與股乘弦較和等積也。

首率股弦較 一率仍爲股弦較

中率勾

二率仍爲勾

三率 股弦較 相減得弦和較

末率 股弦和 四率 勾弦和 相減得弦較和

此股弦較弦較和相乘。所以與勾乘弦和較等積也。

首率勾弦較 一率仍爲勾弦較

二率仍爲股

中率股

三率 勾弦較 相減得弦和較

末率 勾弦和 四率 股弦和 相減得弦較較

此勾弦較弦較較相乘。所以與股乘弦和較等積也。

首率股弦和

一率仍爲股弦和

中率勾

二率仍爲勾

三率

股弦和勾

相加得弦和和

末率股弦較

四率

股弦較

相加得弦較較

此股弦和弦較較相乘。所以與勾乘弦和和等積也。

首率勾弦和

一率仍爲勾弦和

二率仍爲股

中率股

三率

勾弦和股

相加得弦和和

末率勾弦較

四率

股弦較

相加得弦較和

此勾弦和弦較和相乘。所以與股乘弦和和等積也。

首率股弦和

一率仍為股弦和

中率勾

二率仍為勾

三率股弦和相減得弦較和

末率股弦較

四率勾股弦較相減得弦和較

此股弦和弦和較相乘所以與勾乘弦較和等積也。

首率勾弦和

一率仍為勾弦和

二率仍為股

中率股

三率勾弦股相減得弦較較

末率勾弦較

四率股勾弦較相減得弦和較

此勾弦和弦和較相乘所以與股乘弦較較等積也。

各積既等。即可互求。今六術中八題所知者。恆爲一率四率。又知一率。卽二三率之較或和。故用帶縱開方求之。得二三率也。

一率何以爲二三率之較或和也。蓋一率卽連比例首率。二率卽連比例中率。而三率又卽連比例首中率之較或和。其在首中率相加爲三率者。則爲首中率其數。內減去等中率之二率。必餘等首率之一率。故一率爲較。其在首中率相減爲三率。而中率太首率小者。則爲中率內減首率餘數。以此減等中率之二率。亦必餘等首率之一率。故一率仍爲較。首率太

中率小者。則爲首率內減中率餘數。以此加等中率之二率。始得等首率之一率。故一率爲和。又此八種比例。用加法者四種。用減法而首率小者二種。故較有六。用減法而首率大者二種。故和止二也。